

DOUBLE ET MOITIÉ

Caractéristiques et spécificité

Cette situation constitue une première approche de la notion de double. L'objectif est de confronter les élèves à utiliser cette notion de façon implicite. Il n'y a pas de caractère d'urgence à institutionnaliser les résultats. Toutefois, cela reste un enjeu important. Mais la reconnaissance directe des doubles et sa formalisation comme une connaissance commune à toute la classe ne doit intervenir qu'après que les élèves aient pu mettre en évidence les régularités dans la constitution des collections de bouchons. Ils doivent avoir été sollicités à de nombreuses reprises (plusieurs séances) pour identifier, par exemple, que si on voit 4 bouchons dans une boîte, il faut prendre 8 jetons. A cette condition, ils peuvent être capables d'énoncer des résultats sans recourir à la manipulation.

Objectifs pour l'enseignant

Amener les élèves à :

- maîtriser la représentation de collections en utilisant des connaissances spécifiques (doubles et moitiés)
- repérer des régularités caractéristiques des propriétés des nombres entiers (pairs et impairs).

Objectifs pour les élèves

- Constituer deux collections équipotentes alors qu'on ne peut voir que la moitié de l'une des deux.

Sommaire de « doubles et moitiés »

Situations	Variables	Niveau			Vidéos
1	<u>Constituer une collection de bouchons pour placer une collections de jetons dont on n'a vu que la moitié</u>			GS	
2	<u>Choisir une plaque d'oeufs pour placer chaque jeton d'une collection dont on n'a vu que la moitié</u>			GS	
3	<u>Trouver 2 boîtes contenant le même nombre de jetons pour remplir chaque bouchon d'une collection (ou chaque alvéole d'une plaque d'oeufs)</u>			GS	
4	<u>Commander (principe de la marchande) le nombre de bouchons pour placer tous les jetons dont on n'a vu que la moitié de la collection</u>			GS	



SITUATION 1

Constituer une collection de bouchons pour placer des jetons dont on n'a vu que la moitié de la collection

PS	MS	GS
		X

Matériel

- une réserve de bouchons
- boîtes d'allumettes assemblées par 2 pour former des paires indissociables
Chaque boîte d'une même paire contient le même nombre de jetons. Il y aura donc 1 et 1 jetons dans une paire, 2 et 2 jetons dans une autre, 3 et 3 jetons dans la suivante... jusqu'à 10 et 10.
- jetons
- une boîte plastique pour placer et transporter les bouchons (« panier »)

Consigne

« Vous allez recevoir deux boîtes qui sont assemblées. Dans chaque boîte, il y a le même nombre de jetons. Vous aurez le droit d'ouvrir une seule des deux boîtes pour voir ce qu'elle contient. Vous devrez ensuite préparer une collection de bouchons dans votre « panier » pour placer tous les jetons des deux boîtes. Il devra y avoir un jeton dans chaque bouchon, il ne devra pas y avoir de jetons en trop, ni de bouchons vides. »

Déroulement - organisation

Chaque élève reçoit une paire de boîtes. Il ouvre une seule des deux boîtes pour voir ce qu'elle contient. Il referme la boîte.

Il prépare dans son « panier » la collection de bouchons qu'il pense nécessaire pour placer les jetons des deux boîtes.

Quand il pense avoir terminé de constituer sa collection de bouchons, il ouvre les deux boîtes et dispose l'ensemble des jetons dans les bouchons préparés. Il peut alors valider la constitution de sa collection de bouchons.

Variables

1. Données numériques : Dans un premier temps, on travaillera sur les doubles de 1 à 5. Puis on utilisera les doubles de 6 à 10 selon les capacités de élèves
2. La réserve de bouchons est placée à distance. Les élèves doivent effectuer un déplacement et ne peuvent pas emmener avec eux leurs boîtes de jetons.
3. On remplace le « panier » de transport des bouchons par une « boîte-tirelire » opaque.

Commentaire

Les variables 2 et surtout 3 modifient les contraintes et donc les stratégies des élèves. Lors des premières tentatives, les élèves procèdent souvent par la constitution de 2 collections distinctes de bouchons qu'ils réunissent ensuite dans leur panier. Il ne gère donc pas la collection de bouchons à partir d'un seul cardinal mais de deux identiques. L'utilisation de la « boîte-tirelire » opaque rend cette procédure plus difficile. Ils ne peuvent plus contrôler visuellement la constitution des deux collections égales ; ils doivent la maîtriser sans en voir l'évolution.

[Retour sommaire](#)

SITUATION 2

Choisir une plaque d'œufs pour placer chaque jeton d'une collection dont on n'a vu que la moitié

PS	MS	GS
		X

Matériel

- boîtes d'allumettes assemblées par 2 pour former des paires indissociables
Chaque boîte d'une même paire contient le même nombre de jetons. Il y aura donc 1 et 1 jetons dans une paire, 2 et 2 jetons dans une autre, 3 et 3 jetons dans la suivante... jusqu'à 10 et 10.
- jetons
- « plaques d'œufs » découpées de façon à contenir entre 2 et 20 alvéoles. Plusieurs plaques pourront représenter le même nombre mais auront des configurations différentes.

Consigne

« Vous allez recevoir deux boîtes qui sont assemblées. Dans chaque boîte, il y a le même nombre de jetons. Vous aurez le droit d'ouvrir une seule des deux boîtes pour voir ce qu'elle contient. Vous devrez prendre une « plaque d'œufs » qui vous permettra de placer chaque jeton des deux boîtes dans une alvéole. Il devra y avoir un jeton dans chaque alvéole, il ne devra pas y avoir de jetons en trop, ni d'alvéoles vides. »

Déroulement - organisation

Chaque élève reçoit une paire de boîtes. Il ouvre une seule des deux boîtes pour voir ce qu'elle contient. Il referme la boîte.

Il choisit une plaque d'œufs parmi toutes celles qui sont disposées devant lui.

Quand il pense avoir une plaque adaptée, il ouvre les deux boîtes et dispose l'ensemble des jetons dans les alvéoles. Il peut alors valider le choix de sa plaque.

Variables

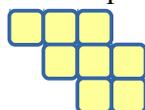
- Données numériques : Dans un premier temps, on travaillera sur les doubles de 1 à 5. Puis on utilisera les doubles de 6 à 10 selon les capacités de élèves.
- Les plaques sont placées à distance. Les élèves doivent effectuer un déplacement et ne peuvent pas emmener avec eux leurs boîtes de jetons.
- Modifier la configuration des plaques :

- Elles peuvent représenter exactement la configuration du double :



1er exemple pour le double de 4.

- Elles peuvent représenter le cardinal du double sans permettre une lecture directe :



2ème exemple pour le double de 4.

Commentaire

Dans l'utilisation des doubles de 1 à 5, les élèves ont souvent recours aux doigts pour rechercher la bonne plaque. Ils positionnent par exemple 3 doigts et 3 doigts dans les alvéoles. Le travail portant sur les doubles de 6 à 10 modifie les stratégies des élèves en les privant de l'usage des doigts. Apparaissent alors deux types de procédures : compter 6 alvéoles et encore 6 alvéoles ; compter 6 alvéoles puis sur-compter jusqu'à 12.

[Retour sommaire](#)

SITUATION 3

Trouver 2 boîtes contenant le même nombre de jetons
pour remplir chaque bouchon d'une collection ou chaque alvéole d'une plaque d'œufs

PS	MS	GS
	X	X

Matériel

- sachets contenant des collections de bouchons (nombre compris entre 2 et 20)
- boîtes d'allumettes assemblées par 2 pour former des paires indissociables
Chaque boîte d'une même paire contient le même nombre de jetons. Il y aura donc 1 et 1 jetons dans une paire, 2 et 2 jetons dans une autre, 3 et 3 jetons dans la suivante... jusqu'à 10 et 10.

Consigne

« Vous allez recevoir un sachet contenant des bouchons. Vous l'ouvrirez et vous pourrez disposer les bouchons devant vous. Vous devrez ensuite prendre une paire de boîtes contenant des jetons (les mêmes que dans les situations précédentes) de façon à pouvoir placer un jeton dans chaque bouchon. Attention, pour choisir vos boîtes, vous n'aurez le droit d'en ouvrir qu'une. Quand vous pensez avoir trouver les bonnes boîtes, vous avez le droit de les ouvrir les deux et de placer les jetons dans les bouchons. Vous aurez gagné s'il ne reste pas de bouchons vides et s'il n'y a pas de jetons en trop. »

Déroulement - organisation

Chaque élève reçoit un sachet de bouchons. Il les sort et les dispose devant lui.

Les paires de boîtes sont placées au centre de la table. Il en choisit une en ne pouvant ouvrir qu'une des deux boîtes.

Quand il pense avoir trouver une paire qui convient à sa collection de bouchons, il peut les ouvrir les deux. Il dispose alors les jetons dans les bouchons et vérifie si le nombre de bouchons correspond exactement à celui des jetons.

Variables

1. nombre de bouchons dans les sachets
 - sachets de 2, 4, 6, 8, 10 bouchons
 - sachets de 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 bouchons
 - sachets contenant un nombre pair de bouchons et un nombre impair de bouchonsCette variable introduit une contrainte importante et une nouvelle réponse possible : « Il n'y a pas de boîtes qui répondent au problème. »
2. Mettre à distance les boîtes, les élèves doivent en un seul déplacement rapporter la paire boîte qui convient.
3. Remplacer les collections de bouchons par des plaques d'œufs. On pourra s'appuyer sur les variables de configurations décrites en situation 2. On pourra également introduire (comme avec les bouchons) des plaques paires et impaires.

Commentaire

On aborde ici la notion de moitié. L'introduction de sachets contenant des nombres impairs de bouchons pose un problème spécifique, dans la mesure où il n'existe pas de solutions. Cela perturbe les élèves dans un premier temps. L'accompagnement de l'enseignant et le passage par un traitement collectif d'une situation peuvent constituer des moyens de mettre en évidence que certains nombres ne permettent pas d'être complétés par deux collections équipotentes. Il ne s'agit pas d'introduire précocement un lexique spécifique (pair et impair) mais de s'attacher à identifier un phénomène numérique en recourant à un langage construit par et pour la classe et reconnu de tous.

[Retour sommaire](#)

SITUATION 4

Commander (principe de la marchande) le nombre de bouchons pour placer tous les jetons dont on n'a vu que la moitié de la collection

PS	MS	GS
		X

Matériel

idem situation 1

Consigne

« Vous allez recevoir deux boîtes qui sont assemblées. Dans chaque boîte, il y a le même nombre de jetons. Vous aurez le droit d'ouvrir une seule des deux boîtes pour voir ce qu'elle contient. Vous devrez ensuite demander à la marchande exactement le nombre de bouchons nécessaires pour placer chaque jeton des deux boîtes dans un bouchon. Vous reviendrez ensuite à votre place, vous pourrez ouvrir vos deux boîtes et placer les jetons dans les bouchons. Vous aurez gagné s'il n'y a pas de jetons en trop, ni de bouchons vides. »

Déroulement - organisation

Chaque élève reçoit une paire de boîtes. Il ouvre une seule des deux boîtes pour voir ce qu'elle contient. Il referme la boîte.

Il se déplace avec son « panier » vers la marchande et lui passe commande du nombre de bouchons désirés. Il ne peut pas les prendre lui-même.

Quand il pense avoir terminé de constituer sa collection de bouchons, il ouvre les deux boîtes et dispose l'ensemble des jetons dans les bouchons préparés. Il peut alors valider la constitution de sa collection de bouchons.

Variables

1. Données numériques : Dans un premier temps, on travaillera sur les doubles de 1 à 5. Puis on utilisera les doubles de 6 à 10 selon les capacités de élèves.
2. Remplacer les bouchons par des plaques d'œufs.
3. La commande doit être écrite sur un message qui sera transmis à la marchande.

Commentaire

Le principe de la commande est destiné à amener les élèves à recourir à la désignation orale ou écrite du cardinal d'une collection dont on ne connaît que la moitié. Certains élèves représentent les deux collections par un dessin des deux collections égales de jetons ou commandent un premier nombre de jetons puis le même nombre une seconde fois. La contrainte de la désignation par un seul nombre sera amenée progressivement.

[Retour sommaire](#)