

Situation 7

Conservation de l'égalité et de l'écart

Matériel

- Fractions de disques en plastique.

Objectifs

- Construire des propriétés :
 - Conservation de l'égalité
 - Conservation de l'écart

Déroulement et organisation (Cf. fiche « Situation 7 - Support Disques »)

Cette situation est destinée aux élèves de CM2 qui ont déjà un an d'expérience des situations proposées.

Il est difficile de faire construire la propriété de conservation des écarts dans le contexte abstrait de la soustraction. L'exemple le plus évident est peut-être celui de la soustraction posée avec retenues où nombre d'élèves appliquent un algorithme dénué de sens. De la même manière, la conservation de l'égalité n'est pas un concept bien construit à l'école élémentaire et reste problématique au collège.

Aussi, il semble intéressant de construire ces propriétés en s'appuyant sur la manipulation d'objets afin que les représentations mentales s'installent et que les procédures robotisées s'effacent. Il semble donc profitable d'utiliser le matériel Klásma à cette fin, tout en consolidant les compétences déjà construites ou en cours de construction sur les fractions (égalités, décompositions...).

Etape 1 :

Objectif

- Conservation de l'égalité

Consigne :

« Aujourd'hui, je vais écrire une égalité au tableau. Je vais vous demander d'ajouter ou de soustraire une fraction de chaque côté de l'égalité. Si vous en avez besoin, vous pourrez la reproduire devant vous avec votre matériel et agir dessus. Notre objectif est de vérifier si l'égalité de départ est conservée. Effectuons ensemble ce premier exemple. »

Exemple à reproduire collectivement :

On propose l'égalité suivante : $\frac{1}{2} u = \frac{2}{4} u$. Ensuite, on leur propose de soustraire $\frac{1}{8} u$ de chaque côté de l'égalité. Ils doivent alors vérifier si l'égalité est conservée.

Attendus et commentaires :

Le premier exemple est indispensable pour l'appropriation de l'activité. Il est traité à l'aide du matériel collectif. Dans cette situation, il est intéressant de privilégier une activité mentale et d'encourager une anticipation. Le matériel permet de valider dans un deuxième temps. Seuls les élèves en difficulté doivent être placés en condition d'utiliser le matériel tout au long de l'activité.

Si l'objectif est de construire des propriétés relatives à la conservation de l'égalité, les procédures engagées par les élèves vont consolider des compétences mettant en œuvre les égalités et les décompositions de fractions.

La validation par le matériel (par superposition) permet donc aux élèves de s'assurer de la conservation de l'égalité, ce qui est très complexe à obtenir sans celui-ci.

Exemples d'activités :

$\frac{2}{3}u = \frac{4}{6}u$	On soustrait $\frac{1}{2}u$
$\frac{3}{4}u = \frac{6}{8}u$	On ajoute $\frac{1}{4}u$

$\frac{1}{4}u = \frac{2}{8}u$	On ajoute $\frac{7}{8}u$
$\frac{5}{10}u = \frac{1}{2}u$	On fait le double de chaque

$\frac{5}{3}u = \frac{10}{6}u$	On soustrait $\frac{7}{6}u$
$\frac{6}{10}u = \frac{3}{5}u$	On garde un tiers de chaque

Temps de synthèse :

Dans une égalité, les écritures qui sont de chaque côté du signe égal ont la même valeur, même si elles ne s'écrivent

pas de la même façon. Exemple : $\frac{2}{3}u = \frac{4}{6}u$.

On peut ajouter ou soustraire **la même quantité** de chaque côté de l'égalité tout en conservant l'égalité de départ.

Cela fonctionne aussi en faisant le double, la moitié, le tiers ou le triple de chaque côté.

Exemples :

$\frac{2}{3}u = \frac{4}{6}u$; on soustrait $\frac{1}{2}u$ de chaque côté de l'égalité.

Prenons le premier terme de l'égalité :

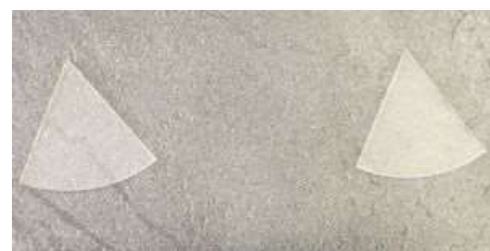
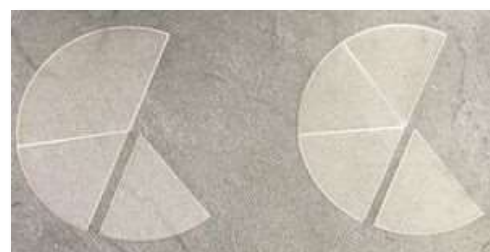
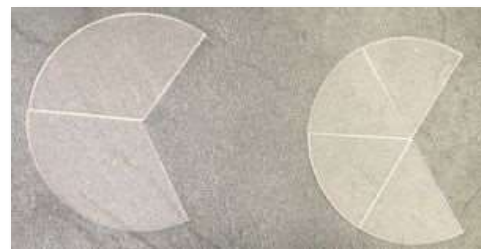
$$\frac{2}{3}u - \frac{1}{2}u = \frac{4}{6}u - \frac{3}{6}u = \frac{1}{6}u$$

Maintenant le deuxième :

$$\frac{4}{6}u - \frac{1}{2}u = \frac{4}{6}u - \frac{3}{6}u = \frac{1}{6}u$$

Donc :

$$\frac{2}{3}u - \frac{1}{2}u = \frac{4}{6}u - \frac{1}{2}u$$



Attendus et commentaires :

On comprend bien que ce travail peut être mené de deux manières qui impliquent des niveaux de compétences différents :

- Si l'on utilise le matériel, l'activité se fait très simplement et permet une consolidation efficace des égalités et des décompositions.
- Si le matériel n'est utilisé que lors de la validation, ou n'est pas utilisé du tout, l'élève doit avoir construit de bonnes connaissances sur les fractions et être capable d'agir sur les écritures symboliques.

Les élèves vont aussi prendre pleinement conscience de certaines relations entre les fractions. Dans le cas présenté ici, l'élève comprend que pour soustraire $\frac{1}{2}u$ à $\frac{2}{3}u$, on n'a pas d'autre choix que de passer par la transformation en sixièmes. L'usage du matériel pour se représenter, pour tester, pour valider permet de donner du sens là où la technique de mise au même dénominateur emmène l'élève vers une procédure robotisée.

Etape 2 :

Objectif

- Conservation de l'écart.

Consigne :

« Aujourd'hui, je vais écrire une soustraction au tableau. Je vais vous demander d'ajouter ou de soustraire une fraction à chaque terme de l'opération. Si vous en avez besoin, vous pourrez la reproduire devant vous avec votre matériel et agir dessus. Notre objectif est de vérifier si le résultat reste identique, ce qui nous permettrait d'affirmer que l'écart est conservé. Effectuons ensemble ce premier exemple. »

Exemple à reproduire collectivement :

On propose l'opération suivante : $\frac{3}{4}u - \frac{1}{2}u$. On demande aux élèves d'en trouver le résultat. Ensuite, on leur propose de soustraire $\frac{1}{8}u$ à chaque terme de la soustraction et de comparer le résultat trouvé au précédent. Ils doivent alors observer qu'ils sont égaux.

Attendus et commentaires :

Le premier exemple est indispensable pour l'appropriation de l'activité. Il est traité à l'aide du matériel collectif. Dans cette situation, il est intéressant de privilégier une activité mentale et d'encourager une anticipation. Le matériel permet de valider dans un deuxième temps. Seuls les élèves en difficulté doivent être placés en condition d'utiliser le matériel tout au long de l'activité.

Si l'objectif est de construire des propriétés relatives à la conservation de l'écart, les procédures engagées par les élèves vont consolider des compétences mettant en œuvre les égalités et les décompositions de fractions.

La validation par le matériel permet donc aux élèves de s'assurer de la conservation de l'écart, ce qui est très complexe à obtenir sans celui-ci.

Exemples d'activités :

$\frac{2}{3}u - \frac{1}{2}u$	On soustrait $\frac{1}{6}u$
$\frac{5}{4}u - \frac{1}{8}u$	On ajoute $\frac{3}{4}u$

$\frac{3}{10}u - \frac{1}{5}u$	On ajoute $\frac{2}{10}u$
$\frac{9}{6}u - \frac{1}{3}u$	On soustrait $\frac{1}{6}u$

$\frac{3}{4}u - \frac{2}{8}u$	On ajoute $1u$
$\frac{9}{10}u - \frac{3}{5}u$	On ajoute $\frac{1}{2}u$

Temps de synthèse :

Dans une soustraction, on peut ajouter ou soustraire **la même quantité** à chaque terme de la soustraction sans en modifier le résultat. C'est ce qu'on appelle la conservation de l'écart.

Attention ! Cela ne fonctionne qu'avec la soustraction.

[Retour sommaire](#)